

## تطبيق جریان نیرو و فرم اولیه در فرم‌های آزاد با تغییر الگوی بارگذاری مبتنی بر روش تحلیل فرم حاصل از زنجیرهای آویخته

### ۱. خلاصه

این مقاله در پی ارائه و بررسی یک روش جهت منطبق سازی جریان نیروها با فرم اولیه در فرم‌های آزاد به کمک تغییر الگوی بارگذاری در آنهاست زیرا همواره یکی از معضلات طراحان در طراحی فرم‌های آزاد که به صورت پوسته تعریف می‌شوند باربری آنهاست. فرم‌های آزاد زمانی به عنوان پوسته مطرح می‌شوند که بتوانند به صورت محوری باربری کنند تا امکان ساخت آنها با ضخامت کم بوجود آید. از این رو هر فرمی را به عنوان پوسته نمی‌توان تعریف کرد و فرم یابی سازه‌ای در طراحی فرم‌های آزاد جایگاه ویژه خود را پیدا می‌کند. اما استفاده صرف از روش‌های فرم یابی با توجه به این که این روش‌ها صرفاً در پی یافتن فرم خالص باربر هستند، محدودیت‌های زیادی دارند و از این رو پژوهش‌های جدید در این حوزه در پی ارائه روش‌هایی هستند که علاوه بر ایجاد امکان تنوع فرمی بیشتر به بررسی ابعاد دیگر فرم‌های آزاد مانند بررسی روش‌های ساخت و مصالح آنها نیز می‌پردازند. این پژوهش نیز در راستای ارائه روشی است که با منطبق سازی سازه بر روی فرم اولیه دلخواه، ضمن اعمال حداقل تغییر در فرم اولیه، امکان ایجاد تنوع خارج از محدوده فرم‌های فونیکولار خالص را ایجاد نماید. در روش ارائه شده در این پژوهش ابتدا به کمک روش ذره و فنر فرم‌های فونیکولار<sup>۱</sup> ایجاد می‌شوند و سپس به کمک الگوریتم‌های بهینه سازی با تغییر الگو بارگذاری فرم فونیکولار را به فرم‌های دلخواه تعریف شده نزدیک کرده و میزان مشابهت آنها سنجیده می‌شود تا بتوان الگوی بارگذاری نزدیک‌ترین فرم باربر را بدست آورد. سپس راهکارهای بهبود روند برای رسیدن به جواب‌های نزدیک‌تر، و کوتاه شدن روند بهینه سازی بررسی می‌شود این بررسی‌ها در دو بعد صورت می‌پذیرد تا نتایج بدست آمده در این مقاله برای ایجاد بستر مناسب بررسی فرم‌ها در سه بعد ایجاد گردد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد انتخاب‌های اولیه برای مواردی همچون مکان نقاط، طول اولیه فنرها و وزن اولیه آنها روی سرعت همگرایی الگوریتم تاثیر بسزایی دارد و این موضوع در بسط در مدل‌های سه بعدی بسیار کمک کننده است.

کلید واژه‌ها: بهینه سازی، فرم‌های آزاد، طراحی، زنجیرهای آویخته (فونیکولار)، روش ذره و فنر

فرم حاصل از زنجیرهای آویخته<sup>۱</sup>

## ۲. مقدمه

همواره انطباق فرم و سازه در طراحی معماری مورد توجه طراحان و سازندگان بوده است چه در دوران گذشته که اصولاً فرم‌هایی امکان ساخت داشته‌اند که برابر بوده‌اند و چه در دوران اخیر که فن‌آوری‌های جدید امکان ساخت هر فرمی را فراهم کرده است. از سوی دیگر، انطباق هر چه بیشتر این دو (فرم و سازه بعنوان مسیر انتقال نیرو) معضلات و هزینه‌های مربوط به طراحی و ساخت را به طور چشمگیری کاهش می‌دهد. این مسئله در زمینه فرم‌های آزاد<sup>۲</sup> یا به عبارتی غیر متداول معماری (Pottman. et al. 2012) به واسطه پیچیدگی‌های موجود در مسیر انتقال نیرو، پررنگ‌تر است. بعلاوه، بخش قابل توجهی از فرم‌های آزاد معماری فرم‌هایی هستند که به صورت پوسته در نظر گرفته می‌شوند یعنی یکی از ابعاد فرم نسبت به دو بعد دیگر بسیار ناچیز است. پوسته‌ها برای اینکه از نظر سازه‌ای قابل بررسی باشد باید امکان باربری داشته باشند؛ از نظر سازه‌ای پوسته به فرم‌هایی گفته می‌شود که باربری آن‌ها محوری و با کمترین نیروی خمشی باشد. (Allen 2010) خانواده‌ای از پوسته‌ها وجود دارند که صرفاً به صورت فشاری یا کششی عمل می‌کنند؛ که به نام فرم‌های فونیکولار (فرم‌های حاصل از زنجیرهای آویخته) شناخته می‌شوند. فرم‌های فونیکولار نخستین بار توسط رابرت هوک به صورت فرموله مطرح شدند. هوک اعتقاد داشت که با معکوس کردن فرم‌های حاصل از زنجیرهای آویخته که کاملاً به صورت کششی کار می‌کنند می‌توان فرم‌های تمام فشاری ایجاد کرد. همچنین تغییر بارگذاری موجب ایجاد فرم‌های متفاوت می‌گردد. (Adriaenssen 2014) با بیان این موضوع، مقوله فرم یابی در طراحی پوسته‌ها مطرح گردید که بعدها طراحان برای ایجاد فرم‌های خود از آن بهره گرفتند. در این زمینه می‌توان به روش وزنه‌های آنتونی گائودی در ایجاد طاق‌های کلیسای کلونیا گول یا مدل‌های کف صابون که توسط فرای اوتو، برای بدست آوردن فرم‌های خود استفاده می‌کرد اشاره کرد (Burkhardt et al. 1973). نمونه‌ای دیگر، مدل‌های هانس ایسلر است که برای طراحی پوسته‌های بتنی خود از مدل‌های توری‌های آغشته به گچ که آویخته می‌شدند استفاده کرده است (Chilton 2009). روش‌هایی که در گذشته برای فرم یابی استفاده می‌شد، به صورت تجربی و ساخت مدل بوده‌اند؛ امروزه با پیشرفت فن‌آوری‌های رایانه‌ای روش‌های محاسباتی نیز به وجود آمدند که به کمک کامپیوتر می‌توان آنها را روی مدل‌های سه بعدی پیاده سازی کرد و بدین ترتیب فرم‌یابی انجام داد. روش‌های محاسباتی موجود عبارتند از: روش چگالی نیرو<sup>۳</sup>، تحلیل شبکه رانش<sup>۴</sup>، آرام سازی پویا<sup>۵</sup> و روش ذرات و فنر<sup>۶</sup> (Adriaenssen 2014). در جدول ۱ و ۲ مقایسه روش‌های مختلف به صورت خلاصه ارائه گردیده است.

استفاده صرف از روش‌های تجربی و محاسباتی در فرم‌یابی با توجه به این که این روش‌ها به طور خاص در پی بدست آوردن فرم‌های فونیکولار خالص یا به عبارتی بارگذاری همگن هستند و همچنین روش‌های تجربی نیز محتاج امکانات و ابزار زیادی است؛ از این رو طراح برای نزدیک شدن به ایده‌آل‌های طراحی احتیاج به دانش بیشتری در این زمینه داشته باشد.

<sup>2</sup> Free Form

<sup>3</sup> FDM (Force Density Method)

<sup>4</sup> Thrust network analysis

<sup>5</sup> Dynamic Relaxation

<sup>6</sup> Particle Spring System

علاوه بر این که پارامترهای دیگر تاثیرگذار مانند مصالح ، مسائل مربوط به ساخت و غیره ایجاد تغییرات در فرم نهایی نسبت به طرح اولیه را در بسط و گسترش طراحی اجتناب ناپذیر می کند . (Addis 2014)

| نوع            | روش                        | سال       | نوع المان ها  |
|----------------|----------------------------|-----------|---------------|
| ماتریس سختی    | فرم یابی طبیعی             | ۱۹۷۴/۱۹۹۹ | خط + سطح ۱۹۹۲ |
| سختی هندسی     | روش چگالی نیرو ها          | ۱۹۷۱/۱۹۷۴ | خط + سطح ۱۹۹۵ |
|                | روش چگالی تنش سطحی         | ۱۹۹۸/۲۰۰۴ | سطح           |
|                | روش تحلیل شبکه رانش        | ۲۰۰۷/۲۰۰۷ | خط            |
|                | استراتژی به روز رسانی مرجع | ۱۹۹۹/۲۰۰۱ | خط + سطح ۱۹۹۹ |
| تعادل دینامیکی | روش آرام سازی پویا         | ۱۹۷۷/۱۹۷۷ | خط + سطح ۱۹۷۷ |
|                | روش ذرات فشر               | ۲۰۰۵/۲۰۰۵ | خط            |

جدول ۱- مقایسه روش های مختلف فرم یابی (Adriaenssen 2014)

| روش | پارامتر های ورودی              |
|-----|--------------------------------|
| FDM | چگالی نیرو ها                  |
| TNA | ضریب مقیاس                     |
|     | مختصات تصویر شده               |
|     | توزیع رانش (از)                |
| DR  | سختی محوری                     |
|     | سختی خمشی (برای اسپلین ها)     |
|     | مختصات اولیه و یا طول ها       |
|     | ضریب میرا (برای میرایی ویسکوز) |
|     | بازه های زمانی                 |
| PS  | ضریب سختی فنر                  |
|     | مختصات اولیه یا طول استراحت    |
|     | ضریب میرا                      |
|     | ضریب کشیدگی (وزن جرم ها )      |
|     | بازه های زمانی                 |

در طراحی پوسته‌ها، تکیه‌گاه‌ها و لبه‌ها نقش اساسی دارند. زیرا شکل‌گیری جریان نیروها که به صورت محوری (لایه‌ای) است، وابسته به وضعیت لبه‌ها و نحوه استقرار تکیه‌گاه‌ها است (Allen 2010). از این رو پایه و اساس فرم‌یابی فرم‌های فونیکولار، تکیه‌گاه‌ها و لبه‌های پوسته است.

مسئله اصلی که در زمینه فرم‌های آزاد به صورت پوسته مطرح می‌شود آنست که جهت تطبیق فرم و سازه (همان‌طور که بررسی گردید) معمولا سازه به‌عنوان مبنا قرار می‌گیرد و فرم سازه‌ای که به روش‌های فرم‌یابی به کمک تکیه‌گاه‌ها و لبه‌ها بدست می‌آید به عنوان پاسخ مطرح می‌گردد و از این رو فرم‌های حاصل محدود به تغییر تکیه‌گاه‌ها است. با توجه به این موضوع سوال اصلی آنست که چگونه می‌توان جریان نیرو را در فرم‌های آزاد تغییر داد تا فرم دلخواه به صورت پوسته عمل کند و فرم مبنا قرار گیرد و سازه بر آن منطبق گردد.

امروزه نیز از روش‌های تجربی و تحلیلی به عنوان ابزاری در جهت فرم‌یابی و اصلاح فرم‌ها استفاده می‌شوند و پژوهش‌های این حوزه بیشتر در راستای ارائه روش‌ها و تکنیک‌هایی برای ارتباط بیشتر و بهتر فرآیندهای طراحی و روش‌های فرم‌یابی هستند. مانند پلاگین راینو والت<sup>۷</sup> که حاصل پژوهش‌های دانشگاه ای تی اچ زوریخ در زمینه فرم‌های

<sup>7</sup> Rhino vault

فونیکولار است. این بسته نرم افزاری به کمک روش تحلیل شبکه رانش امکان فرم یابی و بهینه کردن فرم‌های فونیکولار را میسر می‌کند. (Rippmann, Matthias,, Block, Philippe,, Sobek, Werner) این مقاله نیز در پی ارائه روشی در جهت منطبق سازی جریان نیرو در فرم‌های آزاد با ایجاد کمترین تغییر در فرم اولیه ترسیمی است.

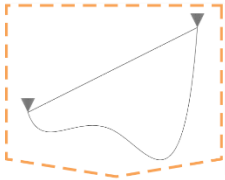
هدف این تحقیق ارائه یک روش منطبق سازی جریان نیرو بر فرم‌های آزاد و بررسی پارامترهای تاثیرگذار در روند انجام این روش است. که در واقع این روش سعی دارد با بدست آوردن میزان و محل بارگذاری باربری فرم دلخواه را به شکلی در آورد که باربری آن به صورت صرفا کششی یا فشاری باشد. و فرم به صورت پوسته عمل کند.

بعبارت دیگر، دستیابی به پاسخها و تخمین‌های مقدماتی نسبت به فرم اولیه با هدف افزایش کارایی ( زمان کمتر محاسبات و پاسخهای مناسب‌تر) و بررسی امکان تعمیم نتایج حاصل از بهینه سازی‌های مختلف به الگوی سه بعدی آن .

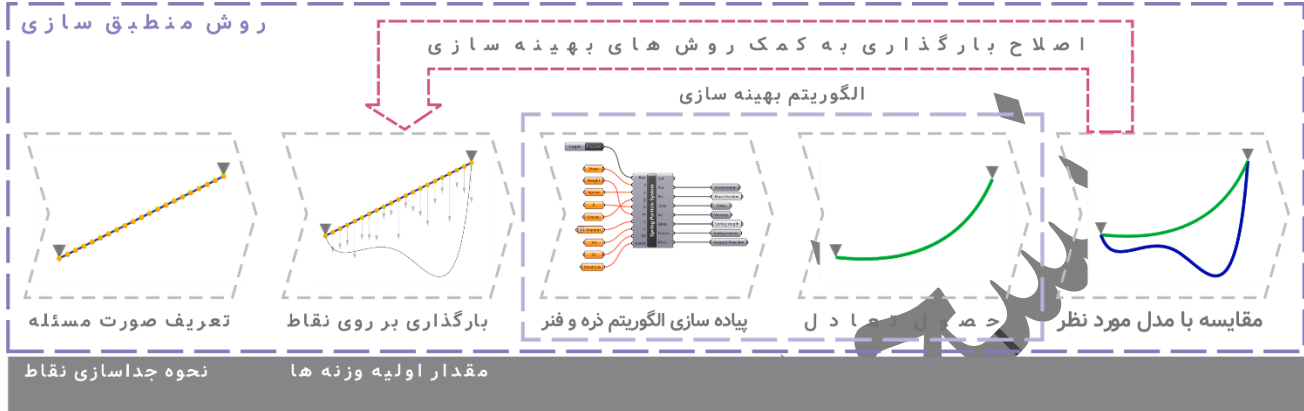
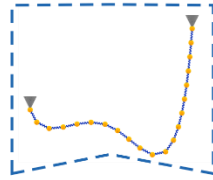
### ۳. روش

با توجه به مسئله اصلی که منطبق سازی جریان نیرو بر فرم دلخواه است و پاسخ به سوال تحقیق که چگونه منطبق سازی صورت می‌پذیرد. این روش به طور کلی از ۵ بخش اصلی تشکیل شده است که شامل تعریف صورت مسئله، بارگذاری اولیه نقاط، پیاده سازی الگوریتم ذره و فنر، مقایسه مدل بدست آمده با مدل اولیه، بهینه سازی بارگذاری به وسیله مقایسه مدل اولیه و مدل‌های بدست آمده است. هر کدام از بخش‌های ارائه شده دارای مجهولات و مفروضاتی هستند که به صورت مجزا در ادامه مورد بررسی قرار گرفته اند.

طرح اولیه طراحی



فرم اصلاح شده



### مجهولات روش

حالت اولیه منحنی

ضریب میرایی / بازه های زمانی / تعداد تناوب

معیار مقایسه مدل ها

### مفروضات روش

شکل ۱- مراحل روش منطبق سازی فرم های آزاد

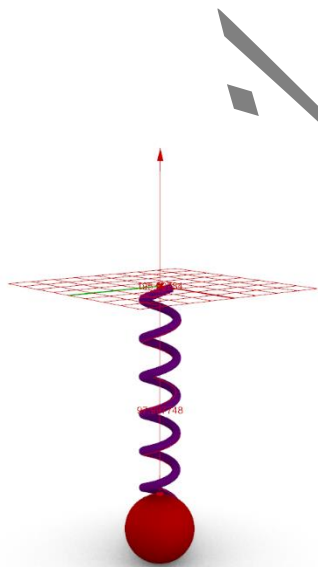
### ۳.۱. روش ذره و فنر

در این روش هر شبکه‌ای که به صورت دو بعدی و سه بعدی تعریف شود در آن نقاط اتصالی به عنوان وزنه در نظر گرفته می‌شوند و ارتباط بین شبکه نیز به عنوان فنرهایی که در حالت اولیه شبکه با طول بدون کشش در نظر گرفته می‌شوند. با در نظر گرفتن بازه‌های زمانی مشخص ( $\Delta t$ ) می‌توان در هر مرحله نیروها را روی گره‌ها اعمال کرد و سپس عکس العمل‌ها را روی هر فنر بدست آورد. سپس عکس العمل‌های بدست آمده بر روی فنرها دوباره بر جرم‌ها اعمال خواهد شد و این روند تکرار خواهد شد تا آنجا که سیستم به تعادل برسد.

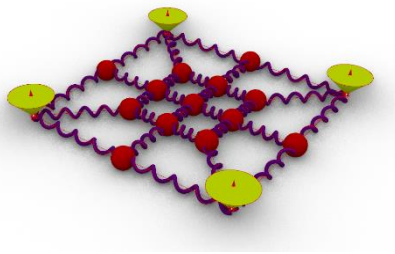
(Kilian, A., Ochsendorf, J. 2005)

طبق قانون هوک در فنرها:

$$F = K\Delta l$$



شکل ۲- مدل یک وزنه و یک فنر



شکل ۳- بازه های زمانی ۰,۱ - اولین بازه زمانی

با در نظر گرفتن یک ضریب سختی مشخص در فنرها رابطه بین نیروی فنر و میزان جابه‌جایی حاصل از آن مشخص می‌شود. حال با در نظر گرفتن وزن اولیه ثقلی بر روی وزنه‌ها از فرمول زیر شتاب حاصل از اعمال نیرو بدست می‌آید:

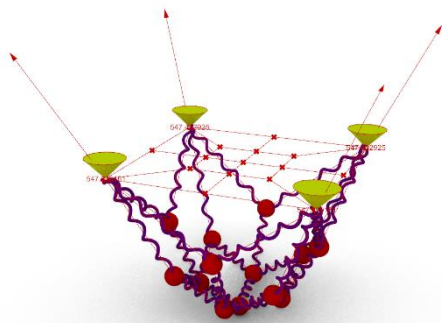
$$F = ma$$

به کمک فرمول زیر سرعت حاصل از شتاب به وجود آمده در بازه زمانی مشخص محاسبه می‌شود:

$$v = at + v_0$$

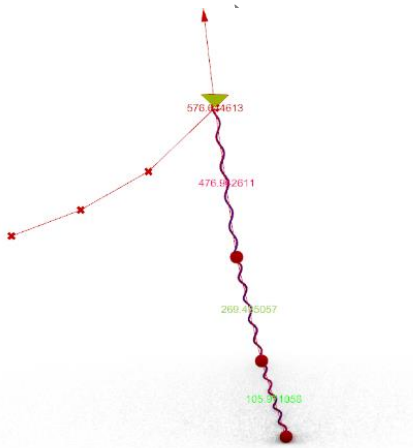
در نهایت از معادله حرکت (فرمول زیر) در همان بازه زمانی میزان جابه‌جایی جرم حاصل می‌شود:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

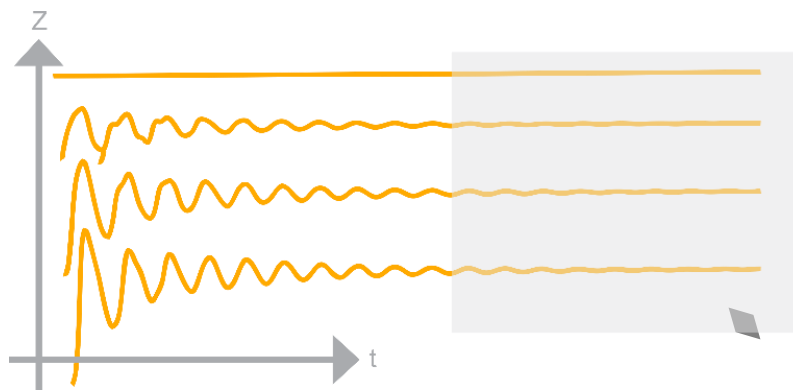


شکل ۴- سیستم پس از گذشت ۲۵۰۰ دوره تناوب

این فرمول‌ها در سه بعد اعمال می‌شود و برآیند حاصل میزان جابه‌جایی نقاط می‌شوند. با بدست آمدن میزان جابه‌جایی جرم‌ها در بازه زمانی مشخص شده، میزان تغییر طول فنرها بدست می‌آید؛ با اعمال تغییر طول حاصل شده در فرمول اول نیرو عکس‌العمل فنرها بدست می‌آید و در بازه زمانی دوم تاثیر این نیروها بر روی جرم‌ها نیز دوباره اعمال می‌شود و دوباره مراحل در بازه زمانی جدید نیز تکرار خواهد شد. این تکرار تا رسیدن به تعادل ادامه پیدا می‌کند.



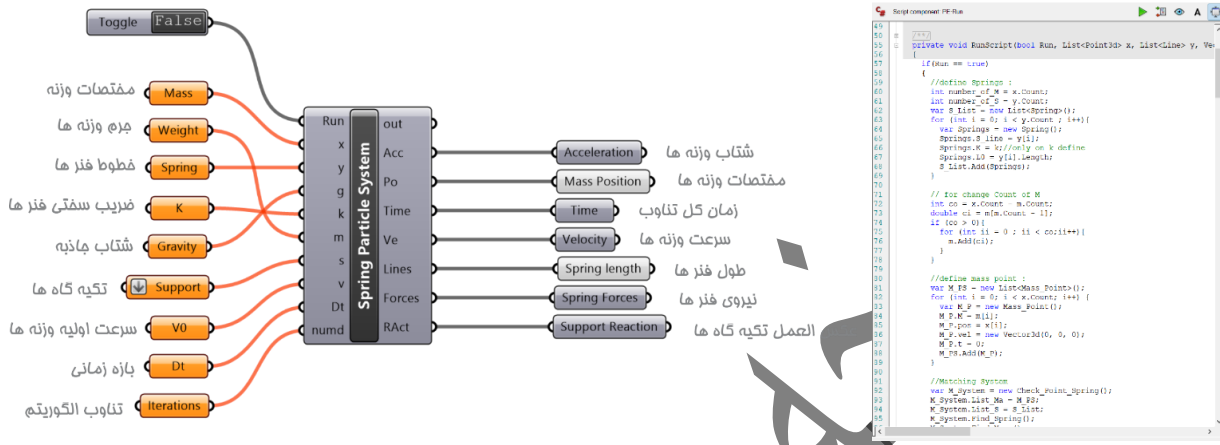
شکل ۵- جابه‌جایی ثقلی وزنه های رها شده



شکل ۶- نمودار جابجایی زمان وزنه ها در محور عمودی

از آنجا که تعادل در نظام فترها مورد نظر است، برای تکمیل معادلات یک ضریب میرایی نیز باید تعریف گردد. ضریب میرایی نیروی عکس العملی است که همواره در خلاف جهت نیروی اعمالی و با ضریب ثابتی از سرعت جرمها تعریف می شود. بدین ترتیب هر چه ضریب میرایی بیشتر باشد، نظام زودتر به تعادل می رسد و محاسبات کوتاه تر می شود. همان طور که در شکل ۶ دیده می شود، اختلاف زمان به تعادل نهایی رسیدن اجزا از زمانی که نوسانات جزئی می شوند، تقریباً برابر هستند و با توجه به اینکه در هر بازه زمانی کل عملیات تکرار می شود، زمان محاسبات رایانه برای تعادل نهایی به همین میزان طولانی خواهد شد. از این رو می توان پارامتری به عنوان میزان جابه جایی اجزا را در هر بازه زمانی تعریف کرد و براساس آن و هر زمان که میانگین جابه جایی اجزا کوچکتر از عدد تعریفی باشد، عملیات متوقف شود. تعیین این پارامتر بر اساس مقیاس مدل نهایی می تواند تعیین گردد. همچنین با توجه به تعریف پارامترهای ضریب میرایی و بازه های زمانی برای حل معادلات دیفرانسیل حرکت می توان دقت حاصل از محاسبات را از تنظیم سه پارامتر ضریب میرایی، بازه های زمانی و میانگین حداقل جابه جایی بدست آورد و با کنترل آنها می توان سرعت عملیات را با تقریب مناسبی افزایش داد. جهت تعیین میزان دقت با تغییر پارامترهای بیان شده فرمول ها یک بار برای مدل ساده گوی و فتر شبیه سازی شده و حالت تعادل بدست آمده با حل استاتیکی آن مقایسه شده و تا آنجا که رقم دوم اعشار مشابه بوده است پارامترها تغییر کرده اند تا بیشترین سرعت محاسبه بدست آید. سپس در مورد ۳ وزنه و فتر دوبار تست صورت پذیرفته که در شکل ۵ نشان داده شده، برای این منظور کدی به زبان C# نوشته شده است و بلوکی بر اساس این کد در نرم افزار گراسهپا طراحی شده است. از ویژگی های متفاوت در کدهای طراحی شده با نمونه های مشابه مانند افزونه کانگرو انست که، کلیه بازه های زمانی در حافظه ذخیره سازی می شوند و به کمک آن می توان حداکثر و حداقل نیروهای وارد بر سیستم و حالت های مختلف را تا رسیدن به تعادل بررسی نمود. همچنین به کلیه پارامترهای تاثیرگذار در معادلات دسترسی وجود دارد.

این بلوک و بخشی از کد در شکل ۶ قابل مشاهده اند.



شکل ۲- بلوک طراحی شده برای روش ذره و فنر در نرم افزار گراس هاپر (به همراه بخشی از کد سی شارپ)

### ۳.۲. نحوه تعریف صورت مسئله

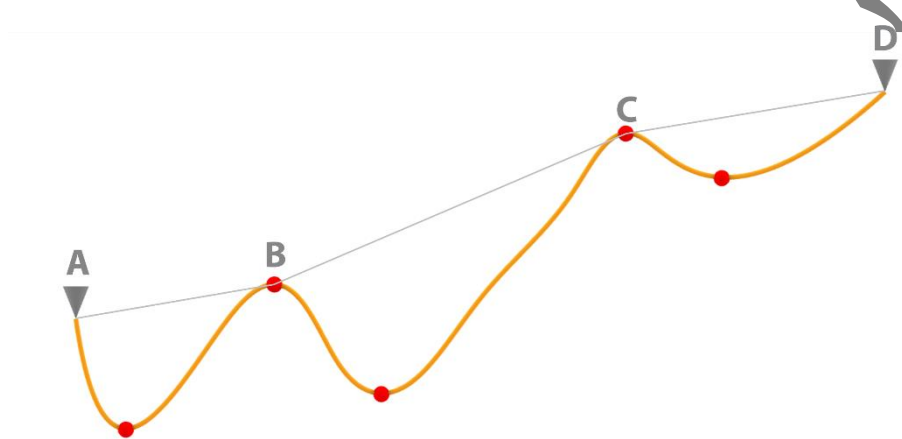
منحنی‌های آزاد<sup>۸</sup> به منحنی‌هایی اطلاق می‌شود که به شکل‌های هندسی (دایره، بیضی، سهمی و...) متداول ترسیم نشده باشند و به دلخواه طراح و به سلیقه او ترسیم شوند. معمولاً این منحنی در رایانه به صورت اسپلاین و منحنی نریز<sup>۹</sup> ترسیم می‌شوند. برای بهینه‌سازی منحنی‌ها در دو بعد، ابتدا یک منحنی آزاد دلخواه باید ترسیم گردد به عنوان ورودی انتخاب شود. برای مثال این منحنی در شکل ۸ قابل مشاهده است؛ همان‌طور که مشخص است، این فرم شامل تعدادی قله و دره است. برای بدست آوردن معادل فونیکولار یک فرم دلخواه، ابتدا باید آن را به نحوی تقسیم بندی کرد که هر بخش یک حالت زنجیر آویخته داشته باشد. برای مثال فرم دلخواه طراحی در شکل ۸ را در نظر می‌گیریم؛ برای شکستن این منحنی، ابتدا نقاط تکیه‌گاه به این صورت استخراج می‌شود: *نقاط ابتدایی و انتهایی منحنی بعلاوه تمام ماکسیمم‌های نسبی منحنی نقاط تکیه‌گاه فرم آزاد دلخواه را تشکیل می‌دهند.* سپس منحنی دلخواه اولیه یا همان منحنی آزاد طراحی شده، به چند زیرمنحنی آویخته تقسیم می‌شود؛ به نحوی که هر زیرمنحنی تنها دو نقطه تکیه‌گاه متوالی را شامل شود. آنگاه هر بخش به عنوان یک صورت مسئله تعریف می‌گردد و مراحل شکل ۱ برای هر منحنی تکرار می‌شود و در نهایت از طریق اتصال منحنی‌ها توسط نقاط تکیه‌گاه، منحنی منطبق سازی شده نهایی حاصل خواهد شد.

<sup>۸</sup> Freeform Curves

<sup>۹</sup> NURBS = non-uniform rational basis spline



صورت مسئله شامل منحنی اولیه ترسیمی که به صورت یک منحنی نریز در نرم افزار ترسیم می‌شود، تعداد و نحوه جداسازی نقاط بر روی منحنی اولیه است. برای ساده سازی مسئله خط واصل دو تکیه گاه به عنوان منحنی اولیه ترسیم انتخاب شده است که این انتخاب قابلیت تعمیم نتایج به سه بعد را نیز تسهیل می‌کند. برای بدست آوردن بهترین حالت تعریف صورت مسئله (حالتی که با کمترین محاسبات به جواب برسیم)، حالت تعریف صورت مسئله حالت‌های مختلفی از جدا سازی نقاط و همچنین تعداد نقاط پیاده سازی شد که نتایج آن در بخش نتایج ارائه گردیده است. شاخص بهترین حالت صورت مسئله تعداد مرحله بهینه سازی است که در الگوریتم بهینه سازی استفاده می‌شود تا یک پاسخ مشابه بدست آید و هر چه تعداد کمتر باشد حالت بهتری انتخاب شده است.



شکل ۸- نمونه از یک منحنی آزاد

### ۳.۳ بارگذاری اولیه

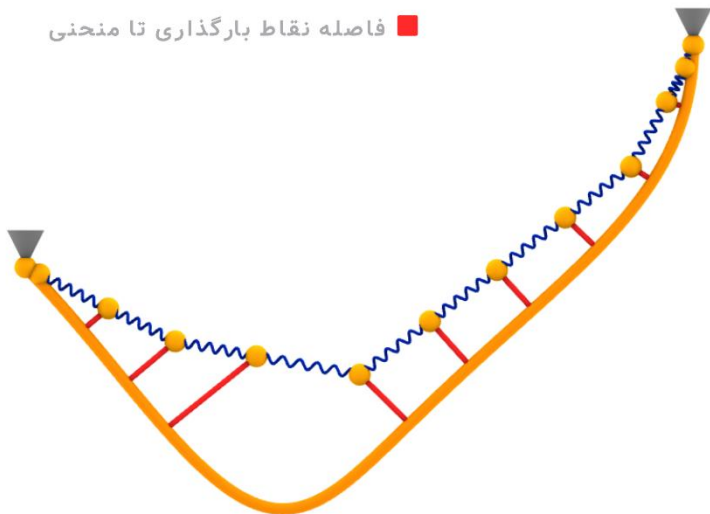
بارگذاری اولیه از بخش‌های مهم رسیدن به نتیجه مطلوب در روند بهینه سازی است که شامل ۱. بازه تغییر بارها و ۲. مقدار اولیه شروع محاسبات است. که حالات مختلف بررسی شده و در بخش نتایج بیان شده است.

مجله نشریات

### ۳,۴. معیار مقایسه فرم‌های تولید شده با فرم اولیه

معیار مشابهت جهت مقایسه دو فرم باتوجه به شیوه ترسیم‌ی که در بالا اشاره شد، به این ترتیب تعریف می‌شود: معیار مشابهت دو فرم برابر است با میانگین فاصله نقاط جدا شده روی منحنی یا خطی که به عنوان صورت مسئله تعریف می‌شود و نقطه عمود شده از نقطه مفروض در هر مرحله از شبیه سازی بر روی منحنی نهایی مورد نظر نسبت به طول کلی منحنی نهایی؛ هر چه این نسبت به صفر نزدیک‌تر باشد، مشابهت دو فرم بیشتر است. در شکل ۹ معیار مشابهت میانگین طولی خطوط قرمز است.

■ فاصله نقاط بارگذاری تا منحنی



شکل ۹- معیار مقایسه فرم‌ها

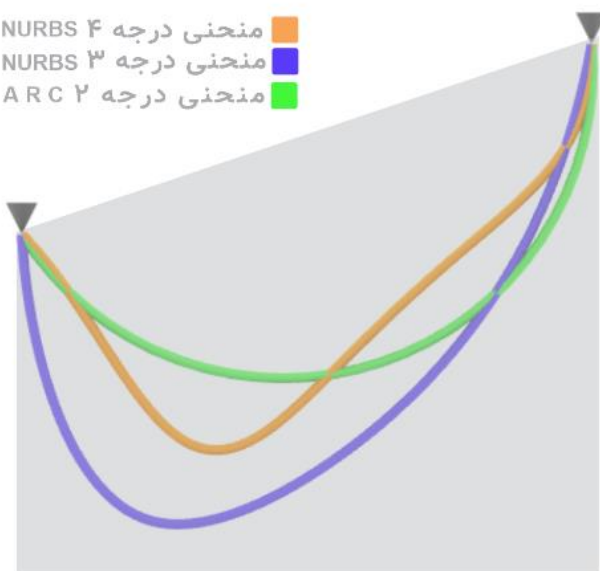
### ۳,۵. بهینه سازی

در این پژوهش از روش بهینه سازی ژنتیک الگوریتم<sup>۱۰</sup> که به صورت المان گالاپاگوس<sup>۱۱</sup> در نرم افزار گراس هاپر پیاده سازی شده است استفاده شده است و پارامتر بهینه معیار مشابهت تعیین گردیده که کوچکترین حالت بدست آید و وزن ذرات به عنوان متغییر در این الگوریتم به کار رفته اند.

### ۳,۶. موارد مورد بررسی

در این تحقیق در درجات مختلف (۲,۳,۴) تعداد ۵ منحنی دلخواه در هر درجه ترسیم شده اند و موارد مختلفی که در نتایج تحقیق آمده پیاده سازی شده است و از میان آنها در هر درجه یک منحنی انتخاب شده و جزئیات نتایج آن بیان گردیده است. که منحنی‌های انتخاب شده در شکل ترسیم شده اند. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود. منحنی سبز رنگ کمان دایره، منحنی آبی رنگ منحنی درجه سه نربز<sup>۱۲</sup> (Rogers 2001) و منحنی نارنجی رنگ منحنی

■ منحنی درجه ۴ NURBS  
■ منحنی درجه ۳ NURBS  
■ منحنی درجه ۲ ARC



شکل ۹- منحنی های اولیه ترسیم شده

<sup>10</sup> Genetic Algorithm

<sup>11</sup> Galapagos

<sup>12</sup> NURBS = Non-uniform rational basis spline

درجه ۴ نیز است. این منحنی‌ها همگی دارای یک نقطه بحرانی هستند و میان دو تکیه گاه ترسیم شده اند.

#### ۴. نتایج

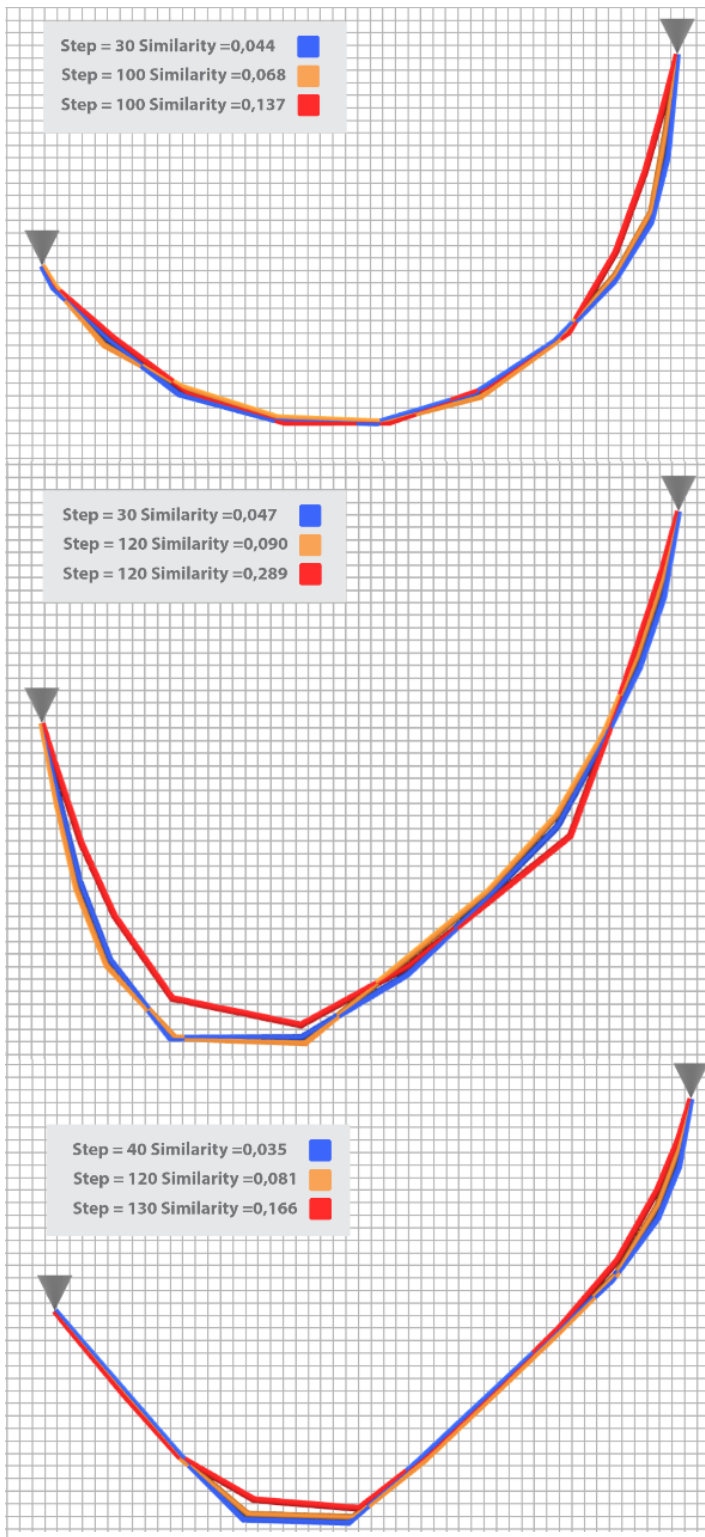
نتایج بدست آمده از این پژوهش در دو بخش طبقه بندی می‌شوند بخش پاسخ به مجهولاتی که در روش تحقیق بیان گردید و بخش دوم بررسی نتایج حاصل از بهینه سازی منحنی‌های آزاد ترسیمی است.

##### ۴.۱. مجهولات روش

دو مجهول اولیه در این روش وجود دارد که در نتیجه حاصل و زمان انجام عملیات‌ها تاثیر بسزایی دارند که در این پژوهش بررسی گردیده اند.

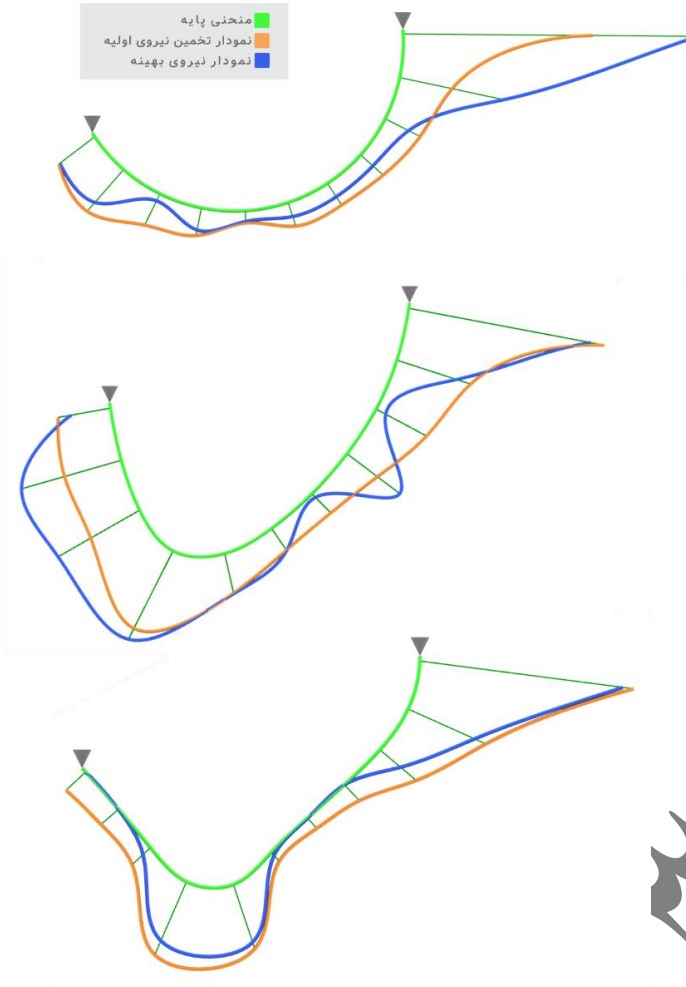
##### ۴.۱.۱. بارگذاری اولیه

تخمین وزن اولیه برای وزن جرم‌ها یکی از پارامترهای مهم در رسیدن به جواب دقیق‌تر و سریع‌تر است. برای بررسی این موضوع ابتدا دو بار الگوریتم با مقادیر اولیه ثابت بررسی شد و مشخص گردید که با مقادیر اولیه ثابت زمان رسیدن به پاسخ مشابه در هر بار متفاوت است از این رو به طور کلی برای هر منحنی با مقدار ثابت اولیه ۶ بار الگوریتم بهینه سازی پیدا سازی شده است. و در شکل ۱۰ بهترین و بدترین حالت بهینه سازی با رنگ‌های نارنجی و قرمز نمایش داده شده است و منحنی آبی رنگ جواب بهینه سازی با تخمین اولیه نیروهاست. برای بدست آوردن تخمین اولیه نیروها مطابق شکل ۱۱ نمودار توزیع نیروها برای بهترین حالت بهینه در شکل روی منحنی‌ها مورد نظر پیاده شد و منحنی آبی رنگ را بوجود آورده است. از طرفی برای انجام تخمین مناسبی از نیروها پیش از بهینه سازی، از ضریب تغییر شیب منحنی در نقاط اولیه مفروض و نیز ضریب تغییر طول فنرها (نسبت به شرایط اولیه صورت مسئله تعریف شده) استفاده شده است؛



شکل ۱۰- مقایسه منحنی‌های مختلف رنگ آبی تخمین اولیه نیروها رنگ نارنجی بهترین حالت بدون تخمین و رنگ قرمز بدترین حالت بدون تخمین نیرو

منحنی پایه  
نمودار تخمین نیروی اولیه  
نمودار نیروی بهینه



شکل ۱۱- انطباق منحنی تخمین بارگذاری و بارگذاری نهایی

نمودار آبی بارگذاری نهایی و نمودار نارنجی تخمین بار

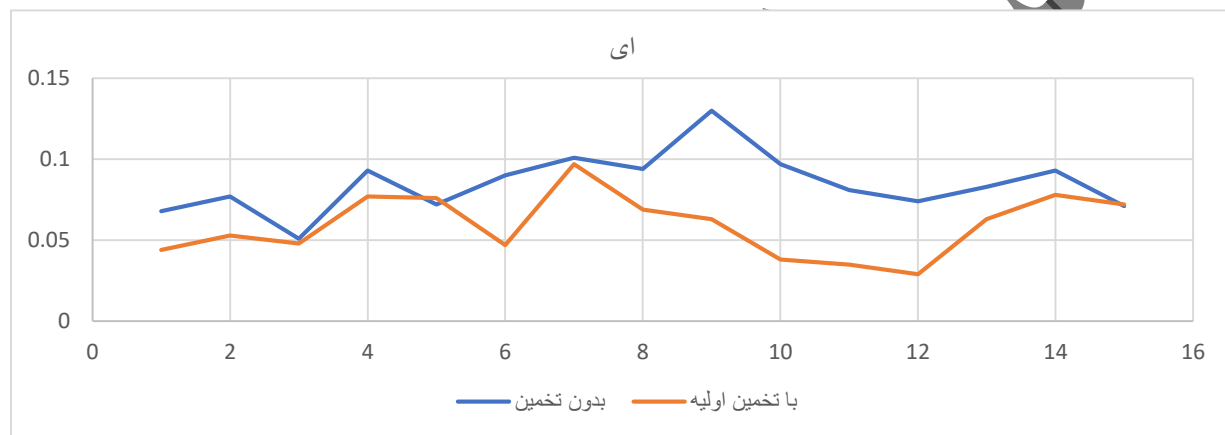
چرا که برای حل مسئله در حالت استاتیکی نیز جهت ایجاد تعادل، نیروی عمودی برابر است با اختلاف دو نیروی مماس بر منحنی که همان تغییر ضریب تغییر شیب است. سپس برای اثبات این موضوع با تخمین بدست آمده دوباره بارگذاری منحنی‌ها بهینه سازی شده است (که در شکل ۱۰ نتیجه بهینه سازی بار رنگ آبی نمایش داده شده است). از بررسی انجام شده همانطور که در شکل ۱۰ آمده مشخص شده است این نوع تخمین زدن تعداد مراحل بهینه سازی را تا یک سوم کاهش می‌دهد. یعنی برای رسیدن به جواب مشابه بدست آمده در حالت بدون تخمین الگوریتم بهینه سازی به میزان یک سوم مراحل را کاهش می‌دهد که این کاهش مراحل در دو بعد با توجه به تعداد محدود متغیرها و بازه‌های زمانی کوتاه هر مرحله شاید در رسیدن به جواب نهایی تاثیر بسزایی نداشته باشد اما در سه بعد با توجه به تعداد زیاد متغیرها و حجم بالای محاسبات، بطور چشمگیری تاثیرگذار است و حالت اولیه شاید رسیدن به جواب نهایی را غیر ممکن سازد. علاوه بر اینکه که روش بدون تخمین لزوما در اولین پروسه انجام روش بهینه سازی به جواب بهتر نمی‌رسد. هم‌چنین برای بررسی بیشتر نمودارهای تخمین اولیه و نمودارهای نهایی نیروها ترسیم شده‌اند (شکل ۱۱) و میزان مشابهت آنها بررسی شده است

## ۴.۲. نحوه جداسازی نقاط بروی منحنی اولیه و

### صورت مسئله تعریف شده

جهت سهولت در انجام محاسبات و قابلیت تعمیم در سه بعد منحنی اولیه به صورت خطی و حد فاصل تکیه گاه‌ها در نظر گرفته شده است. بر این اساس انواع جدا سازی‌ها در نظر گرفته شد که با توجه به اختلاف زیاد نتایج در تست اولیه یک منحنی باعث گردید دو نوع جدا سازی نقاط از میان انتخاب شود و بر روی یک منحنی از هر خانواده از منحنی‌ها در نظر گرفته شده پیاده سازی شد ۱. جدا سازی با طول‌های برابر بر روی خط اولیه ۲. جداسازی براساس طول‌های برابر بر روی منحنی نهایی و تصویر قائم بر روی خط اولیه

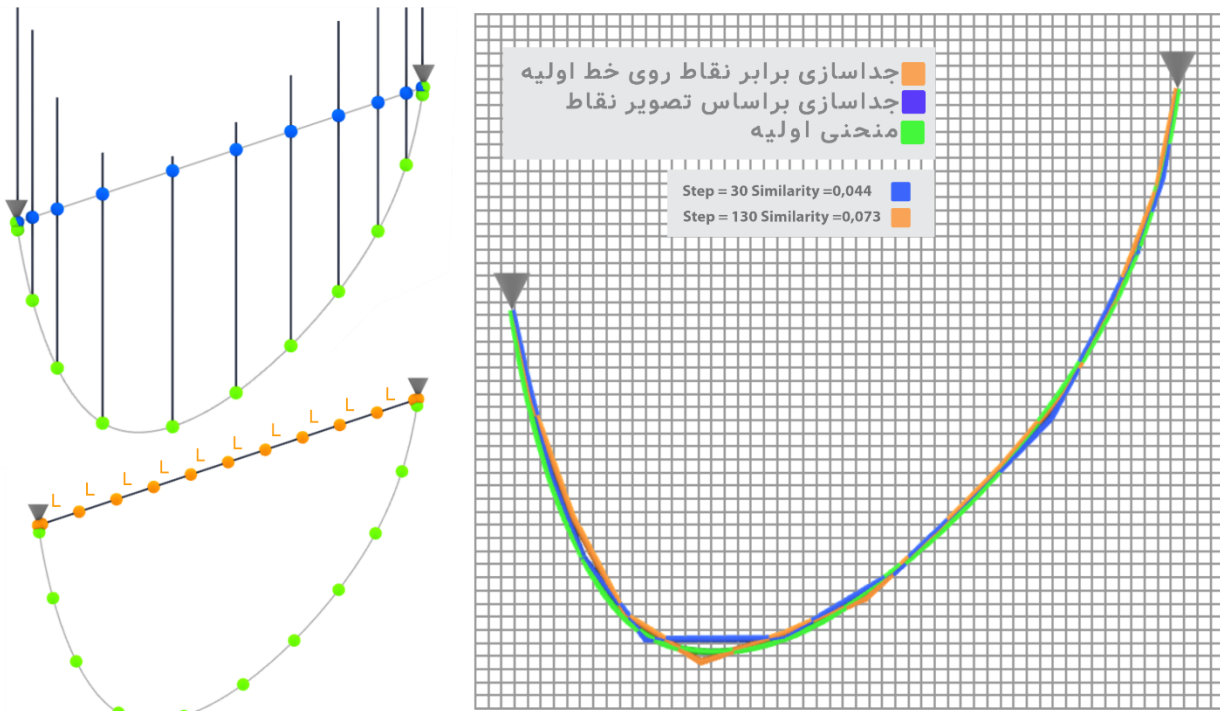
مطابق شکل ۱۲ همان طور که مشاهده می‌شود با توجه به اینکه شیب منحنی‌ها به طور کلی متغیر و دلخواه است جداسازی برابر برروی خط اولیه باعث می‌گردد تاثیر شیب منحنی برروی صورت مسئله دیده نشود و این امر باعث طولانی شدن محاسبات و عدم رسیدن به جواب مطلوب خواهد شد. برای اثبات این موضوع در دو حالت بررسی‌ها برای منحنی‌ها صورت پذیرفت و نتایج بدست آمده از نحوه جدا سازی‌ها مطابق جدول ۳ در تعداد مرحله بهینه سازی مشابه نشان داد که در همه موارد معیار مشابهت در حالت دوم کوچک‌تر از حالت اول است و با در نظر گرفتن معیار ثابت (۰,۰۵ سانتیمتر) و بررسی مجدد تعداد مراحل بهینه سازی تا رسیدن به نتیجه مورد نظر نیز تا ۵۰ درصد کمتر از حالت اول است



نمودار ۱- مقایسه اختلاف جواب های بدست آمده با تخمین اولیه

| تعداد مرحله | حالت اول | حالت دوم |
|-------------|----------|----------|
| 1           | 0.068    | 0.044    |
| 2           | 0.077    | 0.053    |
| 3           | 0.051    | 0.038    |
| 4           | 0.093    | 0.067    |
| 5           | 0.079    | 0.07     |
| 1           | 0.09     | 0.047    |
| 2           | 0.101    | 0.097    |
| 3           | 0.094    | 0.069    |
| 4           | 0.13     | 0.063    |
| 5           | 0.097    | 0.038    |
| 1           | 0.081    | 0.035    |
| 2           | 0.074    | 0.029    |
| 3           | 0.083    | 0.063    |
| 4           | 0.093    | 0.078    |
| 5           | 0.071    | 0.042    |

جدول ۱- مقایسه اختلاف جواب های بدست آمده در دو حالت جدا ساز



شکل ۱۲- مقایسه اختلاف جواب های بدست آمده در روش ها مختلف جداسازی

### ۴,۳. نتایج کلی بدست آمده از پیاده سازی روش ارائه شده

نتایج بدست آمده نشان می دهد که بطور کلی با تغییر الگوی بارگذاری می توان شکل منحنی دلخواه را ایجاد نمود و با تعریف صورت مسئله به طور صحیح و با الگویی که در متن ارائه شد، این امر میسر می شود و می تواند سرعت محاسبات و نتایج را به صورت چشمگیری بهبود بخشد. با بررسی نمودارهای حاصل شده، نسبت توزیع نیروها در منحنی های مختلف دیده می شود که ارتفاع تکیه گاه در تجمع نیرو در اطراف آن بسیار موثر بوده و تجمع نیروها در تکیه گاه مرتفع تر به طور قابل ملاحظه ای بیشتر است ( همانطور که در شکل ۱۱ نیز دیده می شود). هم چنین آهنگ تغییرات توزیع نیروها بر روی نقاط با میزان تغییر شیب منحنی ها مطابقت قابل قبولی دارد و این نتایج که می توان آنها را به صورت نمودار تعریف کرد می توان به عنوان الگویی جهت طراحی قطعات و ضخامت ها در مراحل بعدی مورد استفاده قرار گیرد.

نتایج در درجات مختلف منحنی ها تفاوت خاصی را نشان نمی دهد و درجه منحنی پارامتر تعیین کننده ای نیست؛ پارامترهای تعیین کننده محل تکیه گاه ها و تغییرات شیب منحنی ها هستند. علاوه بر این نحوه تعریف صورت مسئله در سرعت و رسیدن به جواب منطبق تر بسیار تعیین کننده است که این امر در تعمیم مدل به سه بعد با توجه به اینکه حجم محاسبات به طور چشمگیری افزایش خواهد یافت بسیار اهمیت دارد.

معیار مشابهت در اینجا به صورت اندازه تعریف شده است که می توان با نسبت گرفتن با طول منحنی نهایی آن را به نسبت تبدیل کرد و بتوان به صورت عام در مورد آن بحث کرد.

## ۵. جمع بندی

در مقاله حاضر، ساختاری ارائه گردید که در آن با تعریف شکل دلخواه بتوان الگویی از بارگذاری را دریافت کرد که باربری فرم را منطبق بر باربری به صورت پوسته می‌کند و باربری را به صورت فشاری یا کششی در فرم ایجاد می‌نماید. با بدست آوردن این الگو می‌توان مراحل بعدی طراحی، فرم را از نظر باربری بهبود بخشید و رفتار آن را کنترل نمود. برای این پیاده‌سازی از یک روش تحلیل محاسباتی به نام روش ذرات و فنر استفاده شده است و پارامترهای تاثیر گذار بر آن شرح داده شده است. و کدهای طراحی شده برای پیاده‌الگوریتم بیان گردیده و با کدهای موجود دیگر مقایسه گردیده است. منطبق سازی فرم آزاد طراحی شده در دو بعد با سیستم وزنه و فنر و کد نوشته شده بر این اساس در این مقاله ارائه شده است و مشاهده گردید که تغییرات شیب و تکیه‌گاه‌ها عوامل مهم تاثیرگذار در شرایط فرمی هستند؛ هم‌چنین انتخاب‌های اولیه برای مواردی همچون مکان نقاط، طول اولیه فنرها و وزن اولیه آن‌ها روی سرعت همگرایی الگوریتم تاثیر بسزایی دارد. با استفاده از تعریف معیار مشابهت در فرم، کاربر برنامه می‌تواند روی دقت پیاده‌سازی کنترل بیشتری داشته باشد و با توجه به محدودیت‌های سخت‌افزاری و اهمیت دقت اجرای فرم طراحی شده، فرم مطلوب خود را با دقت دلخواه پیاده‌سازی نماید. بنابراین کاربر می‌تواند نزدیک‌ترین فرم فونیکولار (با الگوی بارگذاری آن) به فرم ترسیمی دلخواه را بدست آورد. این اطلاعات به صورت صرف کارایی ندارد بلکه اطلاعات بدست آمده از این ساختار در مراحل بعدی فرآیند طراحی بسیار کارا است و می‌تواند باعث تحقق بخشیدن به ایده‌های فرمی با قابلیت باربری به صورت پوسته شود که به نوعی انطباق بحث سازه و معماریست. این مقاله قسمتی از یک پژوهش در طراحی فرم‌های آزاد معماری است که قابلیت باربری به صورت پوسته داشته باشند و بررسی عوامل تاثیر گذار در تعریف اولیه فرم‌ها جهت تعمیم آنها در سه بعد و سرعت بخشی به پروسه‌های محاسباتی آن است.

## Publication bibliography

1. Addis, Bill. (2014): Building : 3000 years of design engineering and construction. London: Phaidon Press Ltd : [distributor] Grantham Book Services Ltd : [distributor] United Book Distributors : [distributor] United Book Distributors : [distributor] Book Promotions : [distributor] Phaidon Press Inc.
2. Adriaenssen, Sigrid. (2014): Shell structures for architecture : form finding and optimization. London, New York: ROUTLEDGE.
3. Allen, Edward (2010): Form and forces : designing efficient, expressive structures. Hoboken, N.J.: John Wiley.
4. Anda, E. X. de; Gössel, P.; Candela, F. (2008): Félix Candela, 1910-1997: The Mastering of Boundaries: Taschen. Available online at <https://books.google.com/books?id=URuPQAACAAJ>.
5. arnes, M. R., Adriaenssens, S. and Krupka, M (2013): A novel torsion/bending element for dynamic relaxation modeling',
6. Barnes, Michael R. (1999): Form Finding and Analysis of Tension Structures by Dynamic Relaxation. In *International Journal of Space Structures International Journal of Space Structures* 14 (2), pp. 89–104.
7. Billington, David P., Doig, Jameson W. (2003): The art of structural design : a Swiss legacy. Princeton: Princeton University Art Museum.
8. Burkhardt, Berthold.; Universität, Stuttgart.; Institut für leichte Flächentragwerke. (1973): IL 6 : Mitteilungen des Instituts für leichte Flächentragwerke (IL), Universität Stuttgart, Leitung Frei Otto = Information of the Institute for lightweight structures (IL), University Stuttgart, Director Frei Otto. Stuttgart: Institut für leichte Flächentragwerke.
9. Chilton, John. (2009): Heinz Isler. London: Thomas Telford Ltd.
10. Choi and Ko (2002): Stable but responsive cloth.
11. Farin, Gerald E.; Hoschek, Josef.; Kim, Myung-Soo. (2002): Handbook of computer aided geometric design. Available online at <http://www.mylibrary.com?id=103630>.
12. Jos Stam (2009): Nucleus: Towards a unified dynamics solver for computer graphics.
13. Juan José Jorquera-Lucerga (2018): Form-Finding of Funicular Geometries in Spatial Arch Bridges through Simplified Force Density Method.
14. Juan José Jorquera-Lucerga, Sigrid Adriaenssens, Tim Michiels (2017): Parametric Study of Masonry Shells Form-Found for Seismic Loading.
15. Kilian, A., Ochsendorf, J. (2005): Particle-Spring Systems for Structural Form Finding. In *JOURNAL- INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR SHELL AND SPATIAL STRUCTURES* (148), pp. 77–84.
16. Ko, Joy; Steinfeld, Kyle (2018): Geometric Computation.



17. Marcelo Álvarez 1, Marcelo Bernal (2021): Design Spaces of Structurally Pre-evaluated Funicular Shapes.
18. Oliveira, Mauricio C.; Skelton, Robert E. (2009): Tensegrity Systems. Boston, MA: Springer-Verlag US.
19. Oxman, Neri.; Massachusetts Institute of Technology.; Department of Architecture.: Material-based design computation.
20. Oxman, R. (2010): Morphogenesis in the Theory and Methodology of Digital Tectonics. In *JOURNAL- INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR SHELL AND SPATIAL STRUCTURES* (165), pp. 195–206.
21. Pottman.; Pottmann, Helmut.; Bentley, Daril. (2012): Architectural Geometry. Exton: Bentley Institute Press.
22. Rippmann, Matthias,, Block, Philippe,, Sobek, Werner: Funicular Shell Design: Geometric approaches to form finding and fabrication of discrete funicular structures.
23. Rogers, David F. (2001): An introduction to NURBS with historical perspective. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers. Available online at <http://www.sciencedirect.com/science/book/9781558606692>.
24. Stroik, Thomas S., Putnam, Michael T. (2013): The structural design of language. Cambridge: Cambridge University Press. Available online at <https://doi.org/10.1017/CBO9781139542272>.
25. Tucker, Allen B. (2005): Computer science handbook. Boca Raton, Fla: Chapman & Hall/CRC.
26. Veenendaal, Diederik: Design and form finding of flexibly formed shell structures including a comparison of form finding methods.
27. Veltkamp, M. (2007): Free Form Structural Design: Schemes, Systems & Prototypes of Structures for Irregular Shaped Buildings: IOS Press. Available online at <https://books.google.com/books?id=V8Yh4n2JpM0C>.